

ДЕКОМПОЗИЦИЯ МАТРИЦ МИГРАЦИЙ: ФАКТОРЫ ВЛИЯНИЯ

Цикл работ автора посвящен моделированию розничных кредитных портфелей в условиях быстро меняющихся условий, вызванных изменениями в процессах, макроэкономическими шоками, досрочным погашением, реструктуризацией и т.д. В целях глубокого исследования внешних воздействий на кредитные портфели автором были введены понятия матричной декомпозиции и факторов внешнего влияния. В настоящей работе описано, что же такое факторы влияния и как с их помощью изучать поведение кредитных портфелей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фактор влияния, кредитный портфель, матричная декомпозиция, базисная матрица, матрица миграции

ОБОЗНАЧЕНИЯ И ПОНЯТИЯ

Ранее автором были введены некоторые понятия и определения, необходимые для описания методологии моделирования розничных кредитных портфелей [3, 6]. Будет уместным повторить некоторые из них для уточнения понятия «фактор влияния».

Большинство аспектов потребительского кредитования может быть изучено посредством специального подхода, называемого матричной декомпозицией [6]. Он базируется на принципе декомпозиции матриц перехода по следующим компонентам:

- базисный компонент (эффект созревания);
- компонент начального качества кредитов;
- компонент, описывающий влияние макроэкономической конъюнктуры (макрофактор).

К настоящему времени существует устойчивый ряд терминов, принятый в международной практике. Этот ряд, однако, не полностью охватывает все процессы поведения кредитных портфелей.

Винтаж — группировка кредитов по заданному признаку. Кредиты, образующие определенный



Бабиков Владимир Георгиевич — к. ф.-м. н., исполнительный директор ООО «Бизнес системы консалт» (г. Москва)

винтаж, обладают уникальными характеристиками. Эти характеристики — результат группировки. В частности, винтаж объединяет кредиты, выданные в определенный месяц: $t_1 \in \{t_1^0, \dots, t_1^N\}$. Далее индекс t_1 будет использоваться для индексирования месяца, в период которого выданы кредиты, образующие соответствующий винтаж. $N + 1$ — количество существующих на данный момент винтажей в портфеле.

Риск-класс — состояние просрочки (Risk Class, RC), которое зависит от количества дней просрочки по кредиту (Days Past Due, DPD):

- RC_0 — 0 DPD;
- RC_1 — 1–30 DPD;
- RC_2 — 31–60 DPD и т.д.

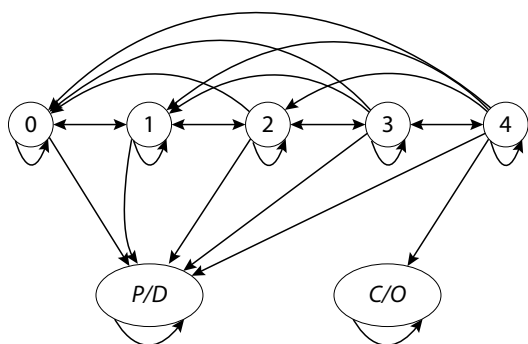
В качестве примера на рис. 1 представлен граф для потребительских кредитов: кредиты с просрочкой 120+ DPD считаются списанными согласно GAAP. В этом примере существует два поглощающих состояния: списания (Charge-off, C/O) и возврат основного долга банку (Pay-Down, P/D).

Количество месяцев в книге — возраст винтажа k в месяцах.

Дни в просрочке — количество дней в просрочке (DPD).

Срок кредита — кредиты могут выдаваться на разный срок, таким образом, их можно группировать по сроку. Часть портфеля, сгруппированную

Рис. 1. Цепь Маркова для портфеля потребительских кредитов без реструктуризации



по одному сроку, будем называть тенором. Значительные изменения структуры портфеля по сроку сильно влияют на поведение этого портфеля.

Базисная матрица — матрица частот переходов из одного состояния системы в другое (размерность матрицы $n \times n$, где n — количество состояний системы). В соответствии с марковским процессом, изображенным в виде графа на рис. 1, базисная матрица представлена в Приложении.

Каждый элемент матрицы — функция частоты перехода из риск-класса i в риск-класс j от k , где k — возраст винтажа. Переходы кредитов из одного риск-класса в другой неоднородны, в частности, эта неоднородность объясняется эффектом созревания, т.е. возраст кредита оказывает влияние на вероятность перехода. При наличии достаточной статистики функции созревания могут быть получены усреднением частот переходов для каждого перехода по всем винтажам [5].

Распределение портфеля — распределение объема основного долга портфеля $V(t_2)$ по просрочкам в текущем месяце t_2 (далее индекс t_2 применяется только для обозначения календарного месяца) есть вектор состояния всего портфеля, в данном примере рассмотрен потребительский кредит без реструктуризации:

$$\overline{V(t_2)} = (v_0(t_2)v_1(t_2)\dots)^T. \tag{1}$$

Винтажное распределение портфеля — распределение объема основного долга $\overline{V(t_1, t_2)}$ для винтажа t_1 по просрочкам в текущем месяце t_2 . В данном примере также рассмотрен портфель потребительских кредитов без реструктуризации:

$$\overline{V(t_1, t_2)} = (v_0(t_1, t_2)v_1(t_1, t_2)\dots)^T. \tag{2}$$

Новый объем — объем выданных кредитов в месяце t_1 . В первый месяц наблюдения $t_2 = t_1$, и поскольку количество месяцев в книге $k = t_2 - t_1$, то $k = 0$. Объем новых выдач в период t_1 можно выразить, например, как $v_0(t_1, t_1)$.

Матричный компонент качества рассчитывается как суперпозиция различных винтажных характеристик и является функцией от t_1 . Величина

эффекта q для винтажа $t_1 \in \{t_1^0, \dots, t_1^N\}$ есть некоторый параметр $\alpha^q(t_1) \in \alpha$, а чувствительность соответствующего эффекта $q \in \{1, \dots, Q\}$ описывается матрицей $\mathbf{X}_{ij}^q \in \mathbf{X}$ (рассматриваются эффекты, которые связаны только с моментом выдачи, т.е. винтажные характеристики). Тогда матричный компонент качества может быть выражен следующим образом:

$$\sum_{q=1}^{q=Q} \alpha^q(t_1) \mathbf{X}_{ij}^q.$$

Матричный компонент внешнего воздействия рассчитывается как суперпозиция различных характеристик календарного периода (таких как макроэкономические факторы, досрочное погашение, процессы сбора просроченной задолженности). Она является функцией от месяца наблюдения t_2 . Величина эффекта r для месяца $t_2 \in \{t_2^0, \dots, t_2^M\}$ есть некоторый параметр $\beta^r(t_2) \in \beta$, а чувствительность соответствующего эффекта $r \in \{1, \dots, R\}$ описывается матрицей $\mathbf{Y}_{ij}^r \in \mathbf{Y}$. Таким образом, матричный компонент внешнего воздействия может быть представлен следующим образом:

$$\sum_{r=1}^{r=R} \beta^r(t_2) \mathbf{Y}_{ij}^r.$$

Матричная декомпозиция — это аддитивное разложение матрицы переходов на три составляющие, упомянутые в начале статьи:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{ij}(t_2 - t_1, t_1, t_2) &= \mathbf{X}_{ij}^0(t_2 - t_1) + \\ &+ \sum_{q=1}^{q=Q} \alpha^q(t_1) \mathbf{X}_{ij}^q + \sum_{r=1}^{r=R} \beta^r(t_2) \mathbf{Y}_{ij}^r. \end{aligned} \quad (3)$$

ФАКТОРЫ ВЛИЯНИЯ

Рассмотрим подробнее факторы влияния в выражении (3) и видоизменим его, в частности, сократим аргументы при \mathbf{X}_{ij} , \mathbf{X}_{ij}^0 в целях сокращения записи:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{ij} &= \mathbf{X}_{ij}^0 + \alpha^1(t_1) \mathbf{Q}_{ij} + \beta^1(t_2) \mathbf{M}_{ij} + \beta^2(t_2) \mathbf{MM}_{ij} + \\ &+ \beta^3(t_2) \mathbf{PP}_{ij} + b^4(t_2) \mathbf{ECO}_{ij} + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{Q}_{ij} (*Quality*) — фактор начального кредитного качества:

$$\mathbf{Q}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Выражение для \mathbf{Q}_{ij} определяет матрицу чувствительности для фактора начального кредитного качества. Значение только двух элементов матрицы отлично от нуля (активные элементы матрицы фактора влияния). Эти элементы (переходы из RC_0 в RC_1 , из RC_1 в RC_2) и определяют начальное качество поколений кредитов. Более глубокие переходы типа из RC_2 в RC_3 и далее уже не связаны с качеством — это объясняется тем, что если заемщик оказался в просрочке более 30 дней, то уже неважно, какой у него социодемографический портрет, сам факт такой просрочки определяет дальнейшее поведение заемщика гораздо сильнее, чем начальное кредитное качество.

$\alpha^1(t_1)$ — сила влияния фактора *Quality* (зависит от поколения кредитов). Далее силу влияния этого фактора будем называть просто *Quality*.

\mathbf{M}_{ij} (*Macro*) — дополнительная частота переходов из RC_0 в RC_1 (*Entry-rate*) (отражает влияние макроэкономики на заемщиков, сезонности и в меньшей степени изменения в процессе сбора просроченной задолженности):

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Выражение для \mathbf{M}_{ij} определяет матрицу чувствительности для фактора влияния макроэкономики. Значение только одного элемента матрицы отлично от нуля (активный элемент матрицы фактора влияния). Этот элемент (переход из RC_0 в RC_1) и определяет изменение *Entry-rate*. Этот переход чувствителен к изменениям в макроэкономике (особенно к росту безработицы). С помощью данного фактора влияния появляется возможность

учитывать макроэкономические сценарии, моделировать и изучать воздействие основных макроэкономических показателей.

$\beta^1(t_2)$ — сила влияния макроэкономического фактора M_{ij} . Далее силу влияния этого фактора будем называть просто *Macro*.

MM_{ij} (*Collection*) — дополнительная частота переходов из RC_1 в RC_2 , из RC_2 в RC_3 и т.д. (показывает качество процессов *Collection* — сборов просроченной задолженности) и влияние макроэкономики на заемщиков в просрочке):

$$MM_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Выражение для MM_{ij} определяет матрицу чувствительности для фактора влияния процессов в *Collection*. Значение нескольких элементов матрицы отлично от нуля (активные элементы матрицы находятся на диагонали и относятся к переходам типа *Worsening* (это переходы, при которых риск-класс заемщика ухудшается). Эти элементы (переходы из RC_1 в RC_2 , из RC_2 в RC_3 и т.д.) чувствительны к изменениям в процессах, связанных со сбором просроченной задолженности, а также к изменениям в макроэкономике. При помощи данного фактора влияния появляется возможность изучить динамику интенсивности или эффективности сборов просроченной задолженности.

$\beta^2(t_2)$ — сила влияния фактора *Collection*. Далее силу влияния этого фактора будем называть просто *Collection*.

PP_{ij} — (*Prepayment*) дополнительная частота погашения (досрочное погашение кредитов):

$$PP_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Выражение для PP_{ij} определяет матрицу чувствительности для фактора досрочного погашения, значение только одного элемента матрицы отлично от нуля (активный элемент матрицы фактора влияния). Этот элемент (переход из RC_0 в RC_{100}) и определяет погашения, включая досрочные. С помощью данного фактора влияния появляется возможность учитывать дополнительные погашения, связанные с досрочным погашением основного долга.

$\beta^3(t_2)$ — сила влияния фактора *Prepayment* (досрочного погашения кредитов). Далее силу влияния этого фактора будем называть просто *Prepayment*.

ECO_{ij} (*Early Charge-off*) — ранние списания:

$$ECO_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

Выражение для ECO_{ij} определяет матрицу чувствительности для фактора *Early Charge-off*. Значение только одного элемента матрицы отлично от нуля. С помощью этого фактора влияния появляется возможность учитывать и изучать ранние списания.

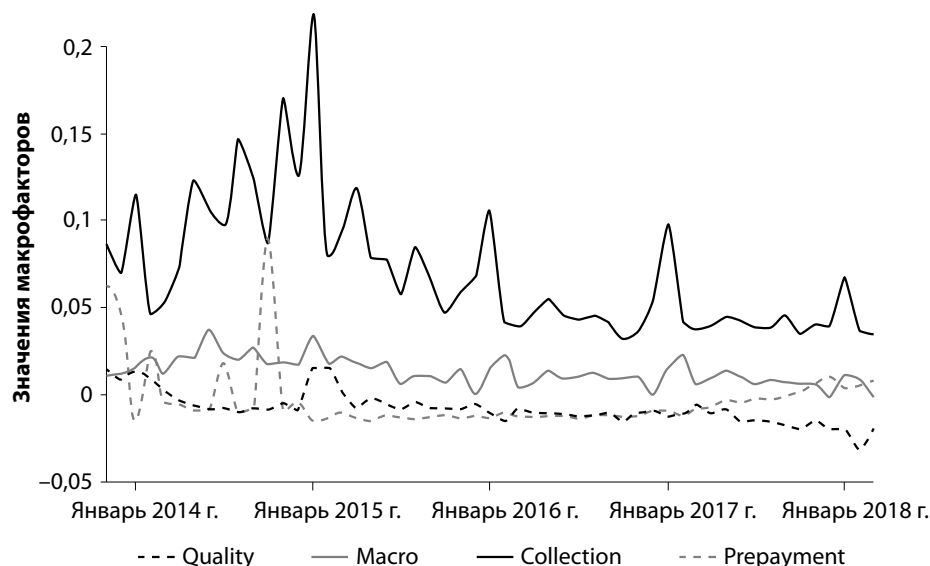
$\beta^4(t_2)$ — сила влияния фактора *Early Charge-off*. Далее силу влияния этого фактора будем называть просто *ECO*.

Факторы влияния описывают эффекты, свойственные конкретному кредитному портфелю. Эти эффекты проявляются в характерном изменении частот переходов между состояниями. Факторы влияния, таким образом, — это некоторый базис, на основе которого можно изучать различные эффекты, атрибутировать изменение портфеля, моделировать и прогнозировать его поведение в изменчивых условиях.

ПРИМЕР ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ

В примере на рис. 2 исследование кредитного портфеля выявило некоторые особенности, а также

Рис. 2. Пример сравнительной динамики всех макрофакторов портфеля



значительное влияние внешних факторов на этот портфель. Согласно анализу (далее приводится исследование поведения конкретного розничного кредитного портфеля беззалоговых ссуд со сроками 36, 60 и 84 месяцев) с середины 2013 г. по начало 2015 г. происходил рост частот переходов из риск-класса RC_0 в риск-класс RC_1 , из RC_1 — в RC_2 , из RC_2 — в RC_3 и т.д., что, в свою очередь, привело к дополнительному росту потерь, к повышению вероятности дефолта по соответствующим поколениям кредитов и, в частности, к дополнительному росту резервов в этот период.

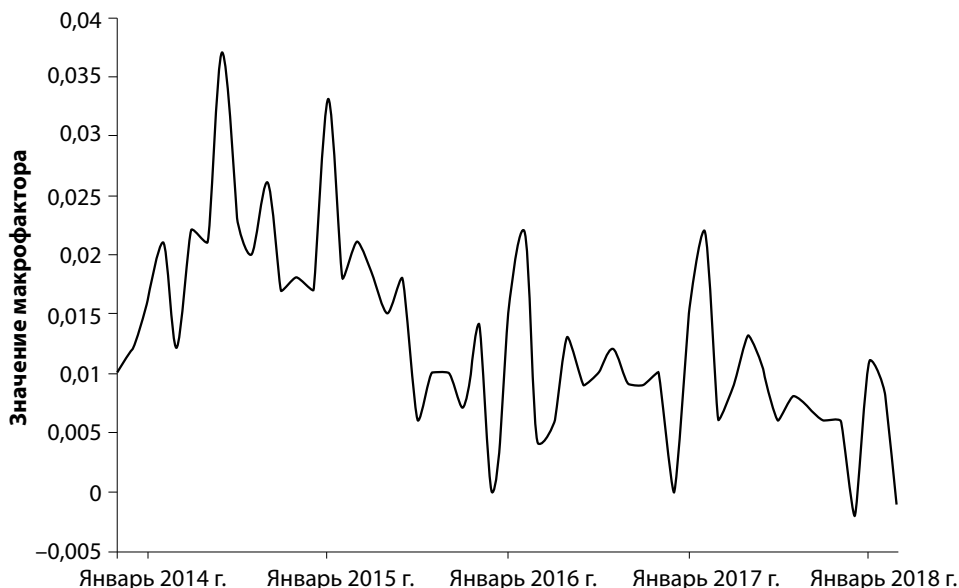
Стоит отметить, что в частотах по переходам *Entry-rate* (переход из RC_0 в RC_1 , макрофактор *Macro*, рис. 3) в течение всего 2014 г. наблюдалось достаточно значимое ухудшение, что вполне объяснимо, т.к. в этот период цена на нефть упала более чем в два раза, а курс доллара вырос с 33 до 61 руб. (заметные изменения в переходах из RC_0 в RC_1 обычно связаны с резкими изменениями в макроэкономике). Таким образом, в 2014 г. влияние внешних

факторов было особенно значимым. Одновременно с этим наблюдался эффект сезонности — скачки в декабре и январе.

Согласно анализу чистый показатель *Quality* (см. рис. 2) демонстрирует в течение всего срока (2013–2018 гг.) постепенное «улучшение» качества поколений. «Худшие» поколения кредитов были выданы до 2014 г. и в январе — марте 2015 г. Как раз в этот период (начало 2015 г.) руководством банка было принято решение о существенном сокращении новых выдач. Ухудшение в поведении поколений кредитов, вероятно, связано с заменой скоринговой карты или с изменением портрета заемщиков в этот период (начало 2015 г.), со значительным ухудшением макроэкономической ситуации, а также с эффектом сезонности (в январе традиционно наблюдается рост просрочки).

Подробнее связь макрофакторов и макроэкономических показателей описана далее. При моделировании кредитного портфеля очень важно

Рис. 3. Динамика макрофактора *Macro*



понимать причину резких скачков в частотах переходов, поэтому следует искать объяснение того, что мы наблюдаем в данных, чтобы в конечном счете выработать верные макроэкономические сценарии и правильно оценить их влияние на кредитный портфель.

Изменения добавочной частоты перехода из RC_0 в RC_1 (макрофактор *Macro* в системе RRAS¹, рис. 4) по сравнению со средними уровнями обусловлены сезонностью, уровнем ставок MosPrime, валютным курсом и среднедушевым располагаемым доходом:

$$M = 24,3 + \frac{0,14}{5,88} \times MP - \frac{0,11}{-4,27} \times \log_{1,1} USD - \frac{0,18}{-4,60} \times \log_{1,1} NI + \frac{\varepsilon_t}{(0,52)^t}$$

где MP — значение *MosPrime*;
 $\log_{1,1} USD$ (*In-USDRUB-Average*) — логарифм среднемесячного курса доллара к рублю, установленного

Банком России, по основанию 1,1 (с тем чтобы рост курса на 10% отражался ростом показателя на 1);

$\log_{1,1} NI$ — логарифм среднедушевого номинального располагаемого дохода по основанию 1,1 (с тем чтобы рост дохода на 10% отражался ростом показателя на 1).

$$\varepsilon_t = \eta_t + \frac{0,29}{2,41} \times \eta_{t-1} - \frac{\varepsilon_{t-1}}{(0,35)^t}$$

ошибка в ARMA-процессе, индекс t символизирует момент ошибки в прошлом.

Под коэффициентами в выражениях приведены значения t -статистик; в скобках помеченным звездочкой показано стандартное отклонение ошибки.

Анализ данных розничных кредитных портфелей за большой период (данные за последние десять лет включают события кризиса 2008–2009 гг., когда имел место относительно сильный рост

¹ Roll Rate Analytic System — информационно-аналитическая система для анализа кредитных и депозитных портфелей. — Прим. ред.

Рис. 4. Макрофактор *Macro* в системе RRAS



безработицы) показал, что безработица оказывает существенное влияние на частоту просрочки и переход из риск-класса RC_0 в риск-класс RC_1 . Согласно наблюдениям чувствительность для различных портфелей колеблется от 0,6 до 0,9, т.е. при росте безработицы на 1% частота перехода из RC_0 в RC_1 растет на 0,6–0,9%. При сценарном моделировании рекомендуется учитывать это замечание.

Добавочные частоты переходов из RC_1 в RC_2 , из RC_2 в RC_3 и т.д. (макрофактор *Collection* в системе RRAS, рис. 5) зависят от ряда макроэкономических показателей:

$$MM = 25,87 + 0,98 \times MP - 0,72 \times \log_{1,1} USD + 5,33 \times S_1 + \varepsilon,$$

5,55 8,92
-6,26 5,26

где MP — *MosPrime*;

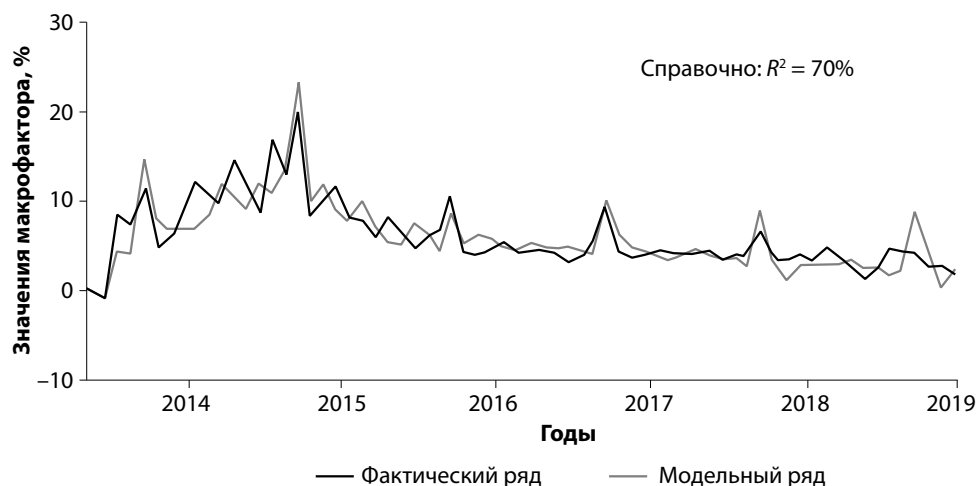
$\log_{1,1} USD$ (*ln-USDRUB-Average*) — логарифм среднемесячного курса доллара к рублю, установленно-го Банком России, по основанию 1,1 (с тем чтобы рост курса на 10% отражался ростом показателя на 1);

S_1 — январская сезонность (равна 0 во все месяцы, кроме января, когда составляет 1).

Под коэффициентами приведены значения t -статистик; в скобках помеченным звездочкой показано стандартное отклонение ошибки в ARMA-модели:

$$\varepsilon_t = 0,72 \times \eta_{t-2} + 0,32 \times \eta_{t-4} + \eta_t.$$

12,18 4,03 (2,17)*

Рис. 5. Макрофактор *Collection* в системе RRAS

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабилов В.Г. Бюджетирование в кредитной организации // Управление финансовыми рисками. — 2019. — №2. — С. 100–112.
2. Бабилов В.Г. Залоги: обесценение и ликвидность // Управленческий учет и финансы. — 2019. — №1(57). — С. 58–66.
3. Бабилов В.Г. Моделирование поведения кредитных портфелей и стресс-тест // Аналитический банковский журнал. — 2013. — №10. — С. 72–77.
4. Бабилов В.Г. Особенности методологии оценки розничных рисков: переход от риск-классов к грейдам // Управление финансовыми рисками. — 2019. — №1. — С. 2–11.
5. Бабилов В.Г. Оценка эффекта созревания для построения точной модели кредитного портфеля // Банковское кредитование. — 2019. — №3. — С. 16–25.
6. Бабилов В.Г. Теория и практика розничного кредитования // Управление финансовыми рисками. — 2014. — №1(37). — С. 44–61.
7. Описание полезной модели к патенту «Автоматизированная информационно-аналитическая система управления кредитными портфелями». — http://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPM&DocNumber=126169&TypeFile=html.
8. Система и способ управления кредитными портфелями. — http://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber=2469401&TypeFile=html.
9. Babikov V.G. *Automated Information and Analytical Loan Portfolio Management System*. — <https://patentimages.storage.googleapis.com/06/13/ef/e9f1474a112c0f/US20140289097A1.pdf>.
10. Fink G.A. (2003). *Mustererkennung mit Markov-Modellen*. Berlin: Vieweg Verlag.
11. Halpern B. (1967). «Fixed points of nonexpanding maps». *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 73(6), pp. 957–961.
12. Zhang A. (2009). *Statistical Methods in Credit Risk Modeling*. Ann Arbor: The University of Michigan.

ПРИЛОЖЕНИЕ.
Базисная матрица

$$\mathbf{x}_{ij}^0(k) = \begin{pmatrix} x_{00}(k) & x_{01}(k) & 0 & \dots & 0 & x_{06}(k) \\ x_{10}(k) & x_{11}(k) & x_{12}(k) & \dots & 0 & x_{16}(k) \\ x_{20}(k) & x_{21}(k) & x_{22}(k) & \dots & 0 & x_{26}(k) \\ x_{30}(k) & x_{31}(k) & x_{32}(k) & \dots & 0 & x_{36}(k) \\ x_{40}(k) & x_{41}(k) & x_{42}(k) & \dots & x_{45}(k) & x_{46}(k) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}^T .$$